Rubiks Cube

Anleitung für den Zauberwürfel (3x3x3)

Anmerkung

Diese Anleitung bezieht sich auf den "Original-"Zauberwürfel, bei dem oben Weiß liegt, die Seiten Rot, Grün, Blau und Orange sind und dessen Unterseite Gelb ist. Wessen Würfel nicht so aussieht muss sich die Farbbenennungen eben passend umdenken.

0. Vorarbeit

Jeder, der sich ein wenig mit dem Zauberwürfel beschäftigt hat, sollte in der Lage sein, eine einzelne Farbseite korrekt zusammenzustellen. Mit ein bisschen mehr Arbeit ist es auch leicht möglich, den ersten Ring der zu der gerade erstellten Seite benachbarten Seiten richtig zusammenzustellen.

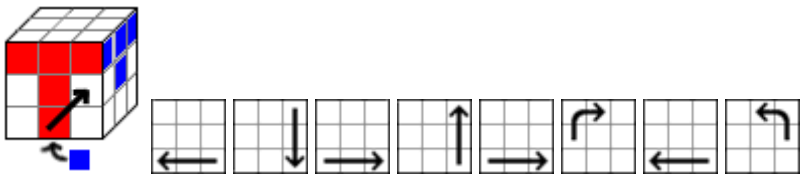
Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die Spielerin mit der weißen Seite angefangen hat; prinzipiell funktioniert es natürlich auch mit jeder anderen Seite, aber dann passen einige der hier benutzten Farben nicht mehr.

Man hat nun also die weiße Fläche sowie den ersten Ring der benachbarten vier Flächen fertig.

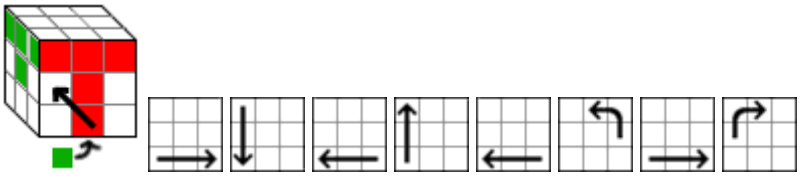
Die weiße Fläche zeigt nach oben. Durch drehen des mittleren Ringes kann man die Mittelsteine passend zum ersten Ring anordnen, dies funktioniert immer.

1. Der zweite Ring

Jetzt sollen die Kantenstücke des zweiten Rings richtig angeordnet werden. Die hier fehlenden Stücke befinden sich entweder auf dem untersten Ring oder sie sitzen irgendwo im mittleren Ring.
Ein einzelnes einzufügendes Stück wird wie folgt positioniert:



oder:

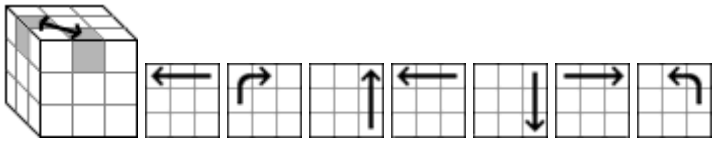


Sitzt ein Kantenstück bereits an der richtigen Stelle, allerdings falsch herum, so muss zunächst ein anderes Stück dort eingefügt werden.

Nachdem alle Kantenstücke so bearbeitet worden sind, sind die ersten beiden Ringe fertig.

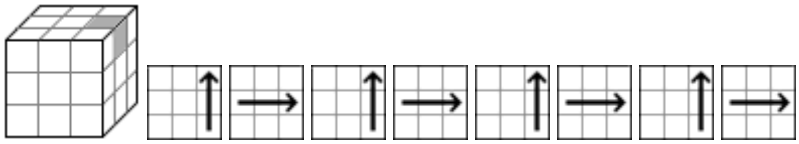
2. Plazieren der gelben Kantenstücke

Der Würfel wird nun so gedreht, dass die gelbe Fläche oben liegt. Als nächsten sollen die Kantenstücke der gelben Fläche an die richtige Stelle gebracht werden; dazu werden jeweils zwei Kantenstücke paarweise vertauscht:



3. Kippen der Kantenstücke

Nun müssen die Kantenstücke noch gekippt werden, damit die gelbe Seite nach oben zeigt. Dazu wird der Würfel so gehalten, dass der zu kippende Stein rechts liegt:



Nach diesen Zügen kann der Würfel etwas chaotisch aussehen, aber das macht zunächst nichts.

Ist ein Stück auf diese Weise gekippt worden, so wird nur die oberste Ebene so weiter gedreht, dass der jetzt zu bearbeitende Stein wieder rechts liegt.

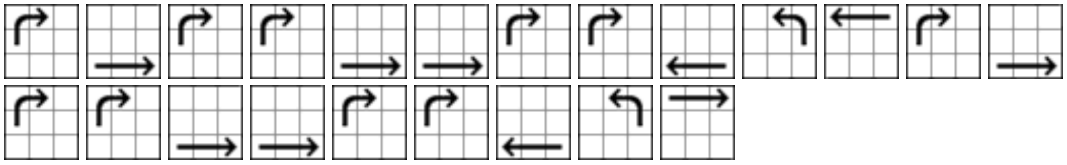
Wenn alle Kantensteine so bearbeitet worden sind, sollte der Würfel wieder normal aussehen.

Hierzu der Hinweis von Franco Erpf:

> Unter einer bestimmten Konstellation funktioniert das nicht:
>
> Situation: Die gelbe Seite ist oben, die Kantenstücke sind schon alle an der richtigen Stelle, aber während zwei Kantenstücke schon richtig gekippt sind, sind die anderen beiden, gegenüberliegenden Kantenstücke beide falsch gekippt. Wenn man nun den hier beschriebenen Schritt 3 ausführt, dann sind danach alle vier Kantenstücke gekippt, d.h. die ursprünglich falsch gekippten beiden sind nun richtig, dafür sind die vorher schon richtigen beiden Kantenstücke nun falsch gekippt. Dieser Vorgang lässt sich nun beliebig oft wiederholen.
>
> Die Lösung:
>
> Mit Hilfe der Zugfolge aus Schritt 1 eines der Kantenstücke herausdrehen. Den Würfel um 90 Grad drehen (Gelb liegt auf der Seite) und das herausgedrehte Stück von der anderen Seite her mit der entsprechenden Schirtt-1-Zugfolge wieder einfügen. Danach lässt sich wieder mit Schritt 3 fortfahren.

4a. Plazieren der Ecken

Danach sollen die Ecksteine an die richtige Stelle gebracht werden. Ist bereits ein Stein an der richtigen Stelle, so wird der Würfel so gehalten, dass dieser Stein hinten links liegt, falls nicht, ist es egal, wie der Würfel gehalten wird (solange Gelb oben bleibt). Es folgen diese 22 Züge:



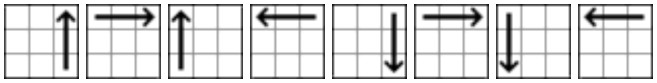
Es kann sein, dass diese Folge noch einmal wiederholt werden muss. Waren anfangs alle Steine falsch so ist nun mindestens einer richtig, war bereits einer richtig, so sind spätestens nach 2 x 22 Zügen alle Steine richtig.

4b. Alternative zum Platzieren der Ecken

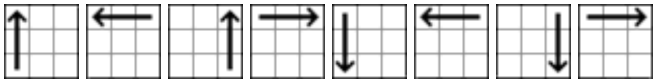
(Zugesandt von Volker Bartels)

Die Eckstücke werden einzeln in die richtige Position gebracht:

1.Möglichkeit: Richtige Ecke liegt links vorne und die Ecke rechts vorne muss nach rechts hinten:



2.Möglichkeit: Richtige Ecke liegt rechts vorne und die Ecke links vorne muss nach links hinten:



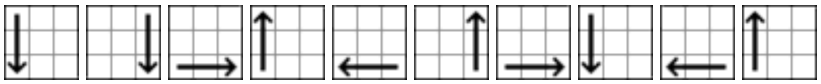
Sollte keine Ecke richtig liegen:

Einfach eine der ersten beiden Möglichkeiten drehen, danach sollte eine Ecke richtig liegen.

4c. Weitere Alternative zum Platzieren der Ecken

(zugesandt von Sven Bertermann)

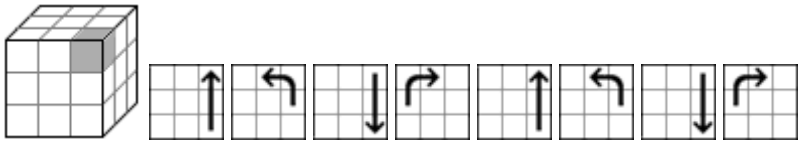
Der Würfel wird noch einmal umgedreht, d.h. weiß liegt oben. Der Würfel wird so gehalten, dass eine richtige Ecke links vorne unten sitzt. Wenn noch keine Ecke richtig liegt, ist es egal, wie der Würfel gehalten wird. Danach kommen folgende Züge:



Danach soll die Wahrscheinlichkeit, dass alle Ecken richtig sitzen wesentlich größer sein, als bei der 22-Zug-Version und sie lässt sich auch besser und schneller drehen.

5. Kippen der Ecken

Als letztes müssen die Ecksteine noch richtig gekippt werden. Dazu wird der Würfel so gehalten, dass ein zu kippendes Stück vorne rechts liegt.



Evtl. muss auch diese Folge noch einmal wiederholt werden damit der Eckstein richtig sitzt. Auch hierbei gilt, dass der Würfel zwischendurch recht konfus aussehen kann und dass zur Bearbeitung der nächsten Ecke nur die oberste Ebene gedreht wird.

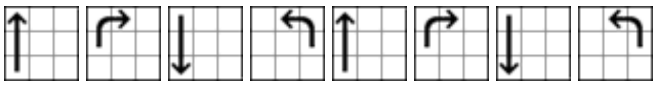
Wurden alle Züge richtig ausgeführt, so ist der Würfel nun fertig!

5a. Ergänzung

(zugesandt von Sven Bertermann)

Man kann sich die Wiederholung der zweiten Folge des obigen Vorschlags sparen, wenn man folgendermaßen vorgeht:

Es gibt ja nur 2 Möglichkeiten, wo der gelbe Stein liegen kann, wenn er falsch liegt, entweder auf der Vorderseite (wenn die zu kippende Ecke rechts oben liegt) oder auf der rechten Seite daneben. Liegt er auf der rechten Seite daneben, wird einfach der Würfel um eine Seite nach links gedreht, so dass sich die zu kippende gelbe Fläche links oben vorne befindet, jetzt führt man obige Zugfolge einfach gespiegelt aus, also:



Jetzt sitzt gelb oben und der Rest ist verdreht. Jetzt schiebt man die zunächst zu kippende Ecke wieder an die gleiche Ausgangsposition und schaut, wo jetzt der Gelbe sitzt. Sitzt er so, dass er auf der Draufsicht rechts oben vorne sitzt, so wie in obiger Anleitung, dann vollzieht man einfach die ursprüngliche Zugfolge oder die neue Variante, und das so lange, bis alles richtig sitzt. Nicht davon beeindrucken lassen, dass der Würfel manchmal bis zum Schluss völlig verdreht ist.

Anzahl der möglichen Kombinationen

Ein paar Leute haben mich gefragt, wiewiele Kombinationen der Würfel hat, d.h. auf wieviele verschiedene Arten die einzelnen Steine stehen können. Hier ist meine Antwort:

Die Mittelsteine der Flächen sind untereinander fest verbunden. Sie können ihre Position untereinander nicht verändern. Im folgenden nehme ich an, dass diese Mittelsteine immer an der selben Stelle bleiben, also z.B. weiß oben und blau vorne, wodurch sich die Position der anderen Mittelsteine eindeutig ergibt. Im mathematischen Sinne wären alle weiteren Kombinationen, die sich nur dadurch unterscheiden, wie man den Würfel hält, identisch und somit uninteressant.

Alle anderen Steine sind hingegen wesentlich interessanter. Es gibt nämlich keine zwei gleichen

Steine. Und jeder Stein kann an jeder beliebigen Stelle (für die er prinzipiell geeignet ist) auftauchen und kann dabei jede Orientierung einnehmen, die seine farbigen Seiten erlauben.

Im Einzelnen:

Die Ecksteine.

Wollte man den Würfel aus Einzelteilen zusammenbauen, so hätte man für den ersten Eckstein 8 mögliche Positionen (denn soviele Ecken gibt es nun einmal). Außerdem könnte man sich für eine von drei Orientierungen entscheiden (wenn es sich um eine obere Ecke handelt: Welche der drei Farben soll nach oben? Wenn es sich um eine untere Ecke handelt: Welche der drei Farben soll nach unten?)

Somit ergeben sich 8 * 3 = 24 Möglichkeiten, den ersten Stein zu setzen. Danach gibt es für den nächsten Eckstein nurnoch 7 freie Plätze, aber immer noch drei mögliche Orientierungen. Der Stein danach hat nur noch 6 Plätze zur Auswahl und so weiter.

Es ergibt sich: Möglichkeiten, die Ecken einzubauen: (8 * 3) * (7 * 3) * (6 * 3) * ... * (1 * 3) = 8! * 3^8 = 40320 * 6561 = **264.539.520**.

Die Kantensteine

Die Kantensteine berechnen sich ähnlich. Es gibt 12 Steine, und jeder hat zwei mögliche Orientierungen. Somit: (12 * 2) * (11 * 2) * ... * (1 * 2) = 12! * 2^{12} = 479001600 * 4096 = **1.961.990.553.600**.

Das Endprodukt

An sich würde es jetzt genügen, diese beiden Werte zu multiplizieren (was ich zunächst auch annahm). Aber Robert Staatz machte hierzu folgende Anmerkungen:

"Die oben angegebene Anzahl kann nur erreicht werden, wenn der Würfel auseinander genommen wird und dann 'blind' zusammengestzt wird.

Die richtige Anzahl der Kombinationen ist um Faktor 12 geringer, also:

(12! * 2^{12}) * (8! * 3^8) **/ 12**

Begründung:

1. (Divisor 2) Es ist nicht möglich zwei Ecken zu tauschen, wenn die Kanten an der gleichen Stelle bleiben sollen. Es gibt zwar andere Algorithmen zum Sortieren in denen zwei Ecken getauscht werden können, dann lassen sich aber nicht zwei Kanten miteinander vertauschen.
2. (Divisor 2) Es ist nicht möglich eine Kante zu kippen ohne das andere Kanten in Mitleidenschaft gezogen werden.
3. (Divisor 3) Es ist auch nicht möglich das eine einzelne Ecke verdreht ist."

Es ergibt sich: 264.539.520 * 1.961.990.553.600 / 12 = **43.252.003.274.489.856.000 Möglichkeiten**

Ausgeschrieben wären dass: Dreiundvierzig Trillionen, zweihundertzweiundfünfzig Billiarden, drei Billionen, zweihundertvierundsiebzig Milliarden,

hierhundertneunundachtzig Millionen achthundertsechsundfünfzig Tausend.

David Buder hat darauf hingewiesen, dass sich in der Gebrauchsanleitung seines Würfels die Anzahl der Konstellationen mit 519.024.039.293.878.272.000 angegeben wird - also ohne den Divisor 12. Hier möge jeder selbst entscheiden, welche Lösung richtig erscheint, denn ich selber möchte mich da nicht festlegen.